
Tentamen juni 2008

Opgave 1

■ a

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} -2 & -5/2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 & -2 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} -2 & -5/2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 & -2 \end{pmatrix} \right\}$$

Eigensystem[A]

$$\left\{ \begin{pmatrix} -2 + 5i & -2 - 5i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i/2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -i/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

De algemene complexe oplossing is dus $c_1 \begin{pmatrix} i/2, 1 \end{pmatrix} e^{(-2+5i)t} + c_2 \begin{pmatrix} -i/2, 1 \end{pmatrix} e^{(-2-5i)t}$ met c_1, c_2 in $\mathbb{C}$.

De algemene reële oplossing is $e^{-2t} [r_1 \begin{pmatrix} -\sin(5t)/2, \cos(5t) \end{pmatrix} + r_2 \begin{pmatrix} \cos(5t)/2, \sin(5t) \end{pmatrix}]$

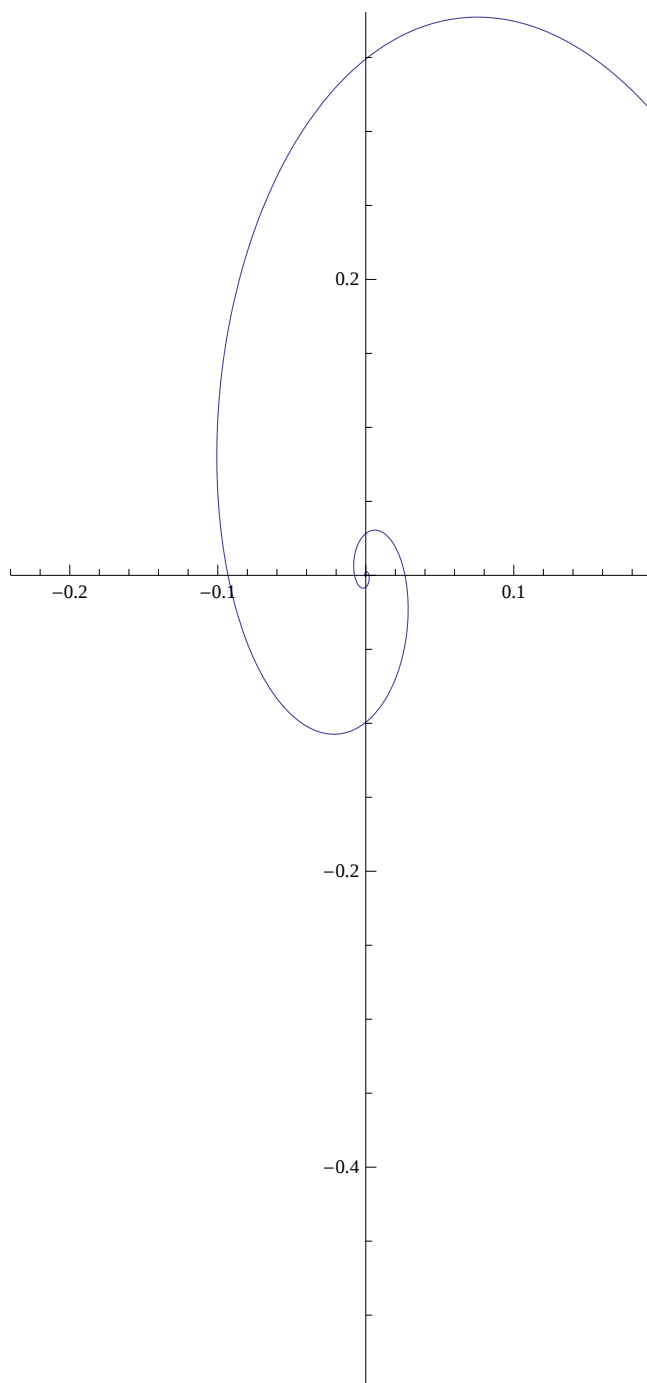
■ b

Vul $t=0$ in; dat geeft $r_1 \begin{pmatrix} 0, 1 \end{pmatrix} + r_2 \begin{pmatrix} 1/2, 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3, 3 \end{pmatrix}$. Dus $r_1=3$ en $r_2=6$.

■ c

`ParametricPlot[Exp[-2 t] (3 {-Sin[5 t] / 2, Cos[5 t]} + 6 {Cos[5 t] / 2, Sin[5 t]}), {t, 0, 5}]`





■ d

Makkelijk af te leiden uit $V_C = V_{R1}$, $V_{R1} = R1(I_L - I_C)$, $V_C = I_C/C$, $V_L = L I_L'$, $V_{R2} = R2 I_L$, $V_{R2} + V_L = -V_C$.

Opgave 3

■ a

```
A = {{32, 30}, {30, 7}};
```

```
Eigensystem[A]
```

```
{{52, -13}, {3, 2}, {-2, 3}}
```

Dus $P = (1/\sqrt{13}) \{ \{3, -2\}, \{2, 3\} \}$ en $\lambda = 52$ en $\mu = -13$

■ b

In (u,v)-coördinaten zijn dat de punten $\pm \{1/2, 0\}$, en in (x,y)-coördinaten dus $\pm (1/\sqrt{13}) \{3/2, 1\}$. Check:

```
x = 1 / Sqrt[13] {3 / 2, 1};
```

```
32 x[[1]]^2 + 60 x[[1]] x[[2]] + 7 x[[2]]^2
```

```
13
```