

EXTRA OPGAVEN VOOR 7.1 EN 7.2

JAN DRAISMA

Opgave 0.1. Als A een reële vierkante matrix is en $\underline{v}$ een complexe eigenvector bij eigenwaarde $\lambda \in \mathbb{C}$, dan is $\overline{\underline{v}}$ een eigenvector bij eigenwaarde $\overline{\lambda}$. Bewijs dit.

Opgave 0.2. Bekijk de rij $a_0, a_1, a_2, \dots$ gedefinieerd door $a_0 = 0, a_1 = 1$ en $a_{n+1} = 2a_{n-1} + a_n$. Vind een eenvoudige formule voor a_n .

Opgave 0.3. Laat zien dat elke reële 3×3 -matrix een reële eigenwaarde heeft.

Opgave 0.4. Druk de coëfficiënt van λ^0 in het karakteristieke polynoom $\det(\lambda I - A)$ uit in A . Doe hetzelfde met de coëfficiënt van λ^{n-1} .

Opgave 0.5. Bewijs het volgende: als $\underline{v}_1, \dots, \underline{v}_k$ eigenvectoren zijn van een matrix A bij *verschillende* eigenwaarden $\lambda_1, \dots, \lambda_k$, dan zijn de $\underline{v}_i$ linear onafhankelijk.