

**OPGAVEN DISCRETE WISKUNDE, DAM-DEEL, 11 FEBRUARI
2009**

OPGAVEN

- (1) Laat ϕ een automorfisme $K \rightarrow K$ van het lichaam K zijn, en bekijk de afbeelding $K^n \rightarrow K^n$, ook aangegeven met ϕ , die $(x_1, \dots, x_n)$ naar $(\phi(x_1), \dots, \phi(x_n))$ stuurt. Laat zien dat deze afbeelding elke k -dimensionale deelruimte op een k -dimensionale deelruimte afbeeldt. Laat zien dat ϕ alleen dan linear is, als hij de identiteit is.
- (2) De groep $\text{GL}_2(K)$ werkt op de projectieve lijn $\mathbb{P}^1 K$ door Möbius transformaties. Zie $\mathbb{P}^1 K$ als $K \dot{\cup} \{\infty\}$, waarbij de K staat voor alle punten van de vorm $(x : 1)$ met $x \in K$ en ∞ staat voor $(1 : 0)$. Voor drie verschillende punten $q_1, q_2, q_3 \in K$, vind een formule voor een matrix in $\text{GL}_2(K)$ die $0 \rightarrow q_1, 1 \rightarrow q_2, \infty \rightarrow q_3$ stuurt.
- (3) Laat zien dat $\lim_{q \rightarrow 1} \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}_q = \binom{n}{k}$.

Verdere opgaven: 2.3.5, 2.4.7, 2.4.8 (Kitkatopgave), 2.4.9.